



УДК 551.509.314
ГРНТИ 37.21.39

ФРАКТАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ В ПРОГНОЗИРОВАНИИ СРЕДНЕМЕСЯЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА НА ЕВРОПЕЙСКОЙ ТЕРРИТОРИИ

*А.Г. БУХОВЕЦ, доктор технических наук, профессор
ВУНЦ ВВС «ВВА им профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)
Т.Н. ЗАДОРЖНАЯ, кандидат географических наук, доцент
ВУНЦ ВВС «ВВА им профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)
Е.А. СЕМИН, кандидат экономических наук
Воронежский государственный аграрный университет им. Императора Петра I*

В статье предлагается модель генерирования температурных рядов на основе случайных динамических систем. В качестве такой динамической системы рассматривается рандомизированная система итерированных функций (РСИФ). Исследование множеств, полученных с помощью РСИФ, позволяет сделать вывод о фрактальном характере генерируемых данных. К аналогичным выводам о фрактальном характере температурных рядов позволяют прийти результаты вычислений показателя Харста, что подтверждает выдвинутые предположения и позволяет формировать методику прогнозирования значений среднемесячной температуры на базе рандомизированных систем итерированных функций.

Ключевые слова: среднемесячная температура воздуха; прогнозирование временных рядов; случайные динамические системы; показатель Харста; рандомизированные системы итерированных функций; фрактальная теория.

FRactal Models in Forecasting of Mean Monthly Air Temperature in the European Territory

*A.G. BUKHOVETS, Doctor of Technical Sciences, Professor
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)
T. N. ZADOROZHNAJA, Candidate of Geographical Sciences, Associate Professor
MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)
E.A. SEMIN, Candidate of Economic Sciences
Voronezh State Agricultural University named after Emperor Peter the Great*

The paper proposes a model for generating temperature series based on stochastic dynamic systems. A randomized system of iterated function (RSIF) is considered as such dynamic system. Researching sets, obtained by means of RSIF, allows to conclude about the fractal nature of the generated data. To the similar conclusions about the fractal nature of the temperature series allow to come the results of calculations of the Hurst coefficient, which confirms the put forward hypothesis and allows to create a methodology of monthly average values of temperature forecasting based on randomized systems of iterated functions.

Keywords: mean monthly air temperature; time series forecasting; random dynamical systems; Hurst coefficient; randomized systems of iterated functions; fractal theory.

Введение. В задачах прогнозирования информация, содержащаяся во временных рядах, используется в аддитивной и мультипликационной формах. Ее принято представлять в виде совокупности детерминированной составляющей, циклической компо-



ненты и случайной составляющей. Такой подход является традиционным и общепринятым для большей части исследований по обработке статистических данных [1]. Наряду с этим в последнее время все большее распространение получает подход, при котором временной ряд рассматривается как некоторая компонента (координата в фазовом пространстве) случайной *динамической системы* [2]. Рассмотрение прогнозируемого процесса в таком аспекте требует нового подхода и к осмыслению полученных результатов в рамках концепции, отличающейся от традиционной.

Актуальность. Появление моделей временных рядов, в основе которых лежат динамические процессы, связано в значительной степени с перенесением исследований устойчивости временного ряда, как такового, на анализ устойчивости некоторой динамической системы. Особенно актуальным стала такая постановка задачи после того как было обнаружено, что даже в детерминированных динамических системах могут возникать хаотические режимы. Исследование таких режимов, как, например, в системах Лоренца, Хенона продемонстрировало наличие странных аттракторов – режимов, которые характеризуются хаотическим поведением [3]. Именно рассмотрение временного ряда, как проекции динамической системы, позволило, с одной стороны, перейти к модельным представлениям динамики ряда, а с другой – поставить вопрос об устойчивости этих моделей [4].

Использование отдельной случайной динамической модели имеет характерную особенность, которая отличает модели этого типа от моделей детерминированных. Повторный «прогон» такой модели дает результаты, не совпадающие с ранее полученными, в то время как результат, полученный в ходе расчета детерминированного тренда, при повторном пересчете не меняется. Практически это означает, что рассмотрение отдельного изолированного временного ряда зачастую не дает полностью необходимой информации для получения оценки статистическими методами функциональной зависимости. При этом, наличие некоторого количества реализаций исследуемого динамического процесса в сходных условиях позволяет с большей надежностью оценить параметры динамической модели и получить более надежный прогноз. В этом плане, наиболее целесообразно синхронное рассмотрение временных рядов, имеющих одинаковые или достаточно близкие динамические модели формирования рядов.

Целью данной работы является исследование фрактальной структуры рядов температуры воздуха, как некоторой распределенной характеристики динамической системы для выработки рекомендаций по выбору модели прогноза среднемесячной температуры воздуха.

Объектом исследования является среднемесячная температура воздуха над Европейской территорией.

Новизна работы заключается в том, что в работе впервые к рядам приземной среднемесячной температуры воздуха, как динамической системы, применена модель рандомизированной системы итерированных функций (РСИФ).

Модель формирования временного ряда среднемесячной температуры воздуха как динамической системы. При рассмотрении температуры как некоторой распределенной характеристики динамической системы, значения которой фиксируются в виде усредненных величин в нескольких точках конфигурационного пространства, требуется, во-первых, выделение однородных областей и, во-вторых, рассматривать эти значения как реализации одного и того же динамического процесса с достаточно близкими значениями параметров. Это соответствует моделированию режимов непрерывного изменения температур, то есть, локальным изменениям распределения температуры воздуха в атмосфере в некоторой, зафиксированной географическими координатами точке земной поверхности.



В качестве предлагаемой модели рассматривается поведение некоторой числовой величины $X = X(S, t, \xi)$, определенной на множестве S , которая меняется во времени t и зависит при этом еще от некоторого параметра ξ , описывающего неучтенные в явной форме прочие условия функционирования величины X . Предполагается, что множество S разделено на некоторые однородные классы, т.е.

$$S = \prod_j^K S_j, \quad S_j \cap S_i = \emptyset,$$

если $i \neq j$ и в каждом классе реализуется одна и та же итерационная динамическая система $X_{t+1} = f(X_t, \xi)$.

Однако в разных классах S_j значения параметра ξ могут быть различными. При этом параметр времени t , с учетом специфики данных задачи, полагается дискретным. Важнейшим требованием, которому должен удовлетворять любой моделируемый эксперимент, является воспроизводимость, т.е. возможность неограниченного повторения данного измерения X в данных условиях. Именно это требование обеспечивается использованием динамических моделей.

В качестве модели формирования временного ряда температуры воздуха рассматривается динамическая система, представленная итерационной схемой, реализованная в виде рандомизированных систем итеративных функций (РСИФ) [5-7]. В рамках этой модели предполагается, что значение температуры $X = X(t, \xi, Z)$ для каждой области является функцией времени t , некоторого параметра ξ и некоторой базовой температуры Z , характерной для данной области. В наиболее простом варианте зависимость температуры X будет определяться следующей формулой:

$$X_t = \xi X_{t-1} + (1 - \xi) Z_j^{(t-1)}, \quad (1)$$

где $(0 < \xi < 1)$ – значение параметра. Иногда используют величину $\mu = (1 - \xi)\xi^{-1}$.

Уравнение (1) можно переписать в такой вид, который позволяет рассматривать его как разностное уравнение, представляющее числовую схему приближенного решения дифференциального уравнения

$$\frac{dX}{dt} = (1 - \xi)(Z - X),$$

являющегося одной из форм уравнения Ланжевена [4] для случайного блуждания (т.е. винеровского процесса).

В рамках рассматриваемой в работе задачи прогнозирования полагалось, что согласно формуле (1), величина температуры X_t в момент времени t представляет собой выпуклую комбинацию двух величин: температуры за предыдущий период X_{t-1} и некоторой базовой для данного района температуры $Z_j^{(t-1)}$. Величина ξ в этом случае характеризует вклад каждой из составляющих. Значение величины $Z_j^{(t-1)}$ в каждом конкретном случае определяется на основании выборочных статистических данных.



Функциональная реализация рандомизированной системы итерированных функций (РСИФ) в общем случае представлена в [6-8]. Предполагается, что в метрическом пространстве R^p задано некоторое множество точек $Z = \{Z_j\}_{j=1}^K$, указано распределение вероятностной меры на этом множестве: $\{p_1, p_2, \dots, p_k\}$ и определено значение параметра ξ .

Выполнение процедуры РСИФ начинается с произвольной точки $X_0 \in R^p$ и сводится к преобразованиям (F1):

- вычисляются координаты точки X_1 по формуле (1), где в соответствии с распределением вероятностной меры точка $Z_j^{(0)} \in Z$ выбирается случайным образом;

- точка X_1 принимается за исходную, и процесс итеративно повторяется в соответствии с формулой (1) столько раз, сколько точек множества X требуется получить.

В работе [7] показано, что получить точки множества X можно и другим способом (F2), а именно: рассмотрев абсолютно сходящийся ряд:

$$\left(\frac{1-\xi}{\xi}\right) \sum_n \xi^n = 1$$

и, в соответствии с распределением вероятностной меры $\{p_1, p_2, \dots, p_k\}$ на множестве $Z = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_K\}$, разнести члены ряда по K различным слагаемым (ячейкам). Каждое полученное таким образом распределение суммы ряда рассматривается как строка некоторой матрицы A . Повторяя эту операцию N раз, получим матрицу A размером $N \times K$. Если из координат точек Z составить матрицу размера $K \times P$, то для того чтобы получить координаты точек множества X , следует выполнить умножение: $X = A \times Z$. В этом случае строки матрицы X будут представлять координаты точек в пространстве R^p .

Полученные в результате выполнения процедуры множества точек обладают следующими свойствами [7, 9]:

- каждая точка полученного множества является выпуклой комбинацией точек $Z = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_K\}$;

- множества имеют нулевую лебеговскую меру, т.е. представляют собой объединение одноточечных множеств;

- получаемые множества являются совершенными, т.е. они замкнуты и не содержат изолированных точек;

- множества вполне несвязны (вполне разрывны);

- множества X могут быть гомеоморфно отображены на канторово множество, т.е. имеется возможность построить взаимно однозначные отображения – прямое и обратное – между канторовым множеством (или его подмножеством) и множеством, полученным при выполнении указанной ранее процедуры, являющимися непрерывными;

- процедуры F1 и F2 при определенных условиях устойчивы по Лагранжу [3], т.е. аттракторы этих процедур располагаются в ограниченной области пространства R^p ;

- построенные множества имеют сингулярную функцию распределения. Это означает, что оценки плотности распределения таких множеств не будут корректными.

- построенные множества являются самоподобными, т.е. существуют части множества (реплики, самоаффинные копии, связанные с Z_j), каждая из которых получается из целой части посредством некоторого аффинного преобразования.



Практически это означает, что полученное посредством выполнения РСИФ процедуры множество X , является фракталом, а точнее, с учетом конечного числа шагов, выполненными при его генерации, предфракталом [9].

Фактически моделирование температуры посредством РСИФ предполагает, что рассматриваемые данные имеют фрактальную природу, а сгенерированные данные являются некоторой аппроксимацией (приближением) этих реальных данных. Исследование свойств аттракторов РСИФ представлено в [10].

Исследование фрактальной природы временных рядов температуры. Речь о фрактальной природе временных рядов ведется уже довольно продолжительное время [11-13]. Для идентификации этого свойства принято использовать показатель Харста (Hurst). Проведенные авторами в работе [14] исследования, подтверждают фрактальный характер временных рядов температуры: показатель Харста для временных рядов значительно отличается от значений этого показателя для белого шума.

В последнее время возросло количество работ, посвященных исследованию временных рядов на основе так называемого метода нормированного размаха [12, 15-18], который определяется следующим образом.

Пусть $x(t)$ – некоторая случайная величина, рассматриваемая в дискретные промежутки времени t_i в течение периода наблюдений τ , $\langle x(\tau) \rangle$ – ее среднее значение, $S(\tau)$ – стандартное отклонение x , выраженное через соотношение:

$$X(t, \tau) = \sum_{u=1}^t [x(u) - \langle x(\tau) \rangle]$$

Здесь $X(t, \tau)$ – накопившееся отклонение значений случайной величины $x(t)$ от ее среднего значения $\langle x \rangle$ за время t . Разность между минимальным и максимальным значениями $X(t, \tau)$ называется размахом $R(\tau)$, рассчитываемым по формуле:

$$R(\tau) = \max X(t, \tau) - \min X(t, \tau), \quad (2)$$

где $1 \leq t \leq \tau$.

Размах $R(\tau)$ зависит от периода τ и растет вместе с ним. В [1] было обнаружено, что нормированный размах R/S хорошо описывается эмпирическим соотношением:

$$\frac{R}{S} = \left(\frac{\pi\tau}{2} \right)^H. \quad (3)$$

Указанное соотношение получило название закона Харста, а показатель H – постоянной Харста. В работе [15] было доказано, что для случайного процесса с независимыми приращениями и конечной дисперсией показатель H равен 0,5. В более поздних исследованиях высказывалась мысль, что отличие показателя Харста от 0,5 является своеобразным отражением фрактальных свойств процессов. Высказывается предположение [17], что при $H > 0,5$ поддерживается наблюдающаяся тенденция (свойство персистентности), а при $H < 0,5$ тенденция сменяется на противоположную (антиперсистентности), то есть рост наблюдаемой величины сменяется убыванием и наоборот. Использование свойства персистентности (антиперсистентности) позволяет сравнительно просто и надежно прогнозировать дальнейшее развитие изучаемого процесса на основе данных об его истории. Таким образом, применение данного подхода к исследованию временных рядов дает возможность



решить вопрос о генезисе их структуры и выборе соответствующей модели для выработки в дальнейшем прогностических рекомендаций.

С целью выбора наиболее адекватной прогностической модели, способной предусмотреть изменения в климатической системе, в данной работе, описанный выше алгоритм был применен к рядам среднемесячной температуры воздуха, являющейся наиболее показательным параметром состояния климата. Задачей исследования явилось выявление фрактальных свойств временных рядов температуры воздуха над Восточной Европой РФ в широтной зоне 40–60° с.ш., ограниченной долготами 30–60° в.д. В качестве показателя фрактальных свойств использовался параметр Харста (Hurst), теоретическое обоснование которого дано Б.Мандельбротом [7]. В основу расчета показателя Харста положено понятие фрактальной размерности, задаваемое модифицированным соотношением:

$$\left(\frac{R}{S}\right) = (a * N)^H, \tag{4}$$

где R и S – соответственно размах и среднее квадратичное отклонение некоторого отрезка ряда, N – порядковый номер уровня ряда, a – некоторая константа.

Преобразуя выражение относительно H , получим уравнение:

$$\log\left(\frac{R}{S}\right) = \log C + H \log(N). \tag{5}$$

На основе разработанной программы рассчитан показатель H для всех последовательных выборок, образованных из временного ряда, начиная с первых трех точек ряда, первых четырех, пяти, шести, семи, девяти, десяти, двенадцати, пятнадцати и девятнадцати точек. Расчет проводился для пяти узлов сетки с шагом 2,5°. Результаты расчета параметра Харста для временных рядов в пяти узлах, по данным декабря, представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Значение параметра H в пяти смежных точках

Узлы сетки	Координаты узлов									
	φ=52,5° с.ш.	λ=50° в.д.	φ=50° с.ш.	λ=47,5° в.д.	φ=50° с.ш.	λ=50° в.д.	φ=50° с.ш.	λ=52,5° в.д.	φ=47,5° с.ш.	λ=50° в.д.
точки	1		2		3		4		5	
H	0,453		0,506		0,488		0,489		0,492	

Детальный анализ полученных вычислений показателей Харста показывает, что исследуемые временные ряды обладают свойствами обобщенного броуновского движения, так как их значения близки к 0,5. Таким образом, временные ряды температуры, используемые в расчетах, являются чисто фрактальными. При этом важно то, что полученные результаты во всех близко расположенных географических узлах совпадают. Это вселяет уверенность в то, что результаты расчета являются не случайными.

На рисунке 1 представлена динамическая структура исследуемых временных рядов.

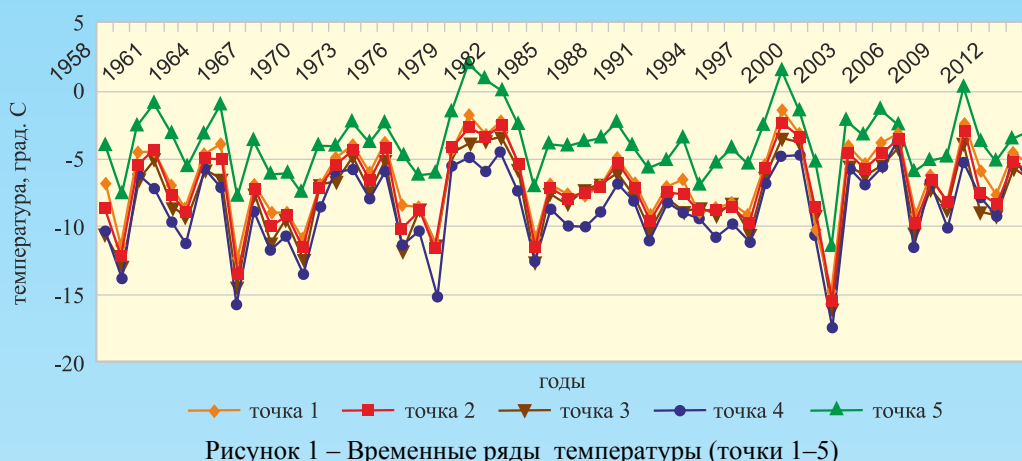


Рисунок 1 – Временные ряды температуры (точки 1–5)

Из рисунка следует, что по характеру распределения температуры воздуха в указанных точках, структуре и их генезису, они достаточно близки между собой. Значения выборочных коэффициентов парной корреляции находятся в интервале (0,85–0,98), которые на стандартном 5 % уровне значимости являются не случайными.

Рассчитанные для каждого рассматриваемого значения N в точке 1 уравнения регрессии представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Параметры уравнения регрессии в точке 1

N=10	Regression Summary for Dependent Variable in (R/S) (Spreadsheet 1)					
	R=0,966, R ₁ =0,933 Adjusted, R ₂ =0,925, F(1,8)=112,25 p<0,00001 Std Error of estimate 0,07554					
	Beta	Std Err. of Beta	B	Std Err. of B	T(8)	p-level
intercept			-0,117	0,09	-1,29	0,23
ln (n)	0,966	0,091	0,4527	0,0426	10,594	0,000

Из таблицы следует, что значение показателя Харста в исследуемой точке составляет 0,453, а его стандартное отклонение 0,043. Достоверность значений определялась с помощью критерия Стьюдента $t_{0,95}^{(8)}$, для данного варианта с 8-ю степенями свободы, при 95% уровне надежности. Оказалось, что значение N при выбранном уровне попадает в интервал (0,361; 0,545). Это свидетельствует о том, что параметр Харста N для данных исследуемых рядов температуры близок к случайному процессу. Это указывает на то, что на Европейской территории целесообразнее использовать методы прогнозирования, основанные на фрактальной теории, положения которой изложены в работах [19], [20].

Заключение. Проведенный в работе анализ временных рядов среднемесячной температуры в рамках модельных представлений РСИФ, позволил рассматривать их как фрактальные объекты, порождаемые итерационными процессами, которые отражают характерный для природных явлений циклический характер. Проведенные исследования в значительной мере учитывали неоднородность.

Полученные результаты дают основание в дальнейшем использовать фрактальную теорию для разработки прогноза среднемесячной температуры воздуха.

Для получения дополнительных сведений о механизмах формирования исследуемых рядов среднемесячной температуры воздуха в каждом конкретном случае необходимо сравнить исходные данные с данными, полученными на основе использования модели РСИФ с постоянными значениями параметров выбора всех точек протофрактала. Сходство, наблюдаемое при качественном сравнении полученных графиков, будет свидетельствовать о том, что в основе реальных данных может лежать тот же механизм эволюции данных, что и у сгенерированных РСИФ.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афанасьев В.Н., Юзбашев М.М. Анализ временных рядов и прогнозирование. М.: ФиС, 2001. 228 с.
2. Лоскутов А.Ю. Очарование хаоса // Успехи физических наук. 2010. Т. 180. № 12. С. 1305–1329.
3. Кузнецов С.П. Динамический хаос. М.: Физматлит, 2006. 356 с.
4. Романовский М.Ю., Романовский Ю.М. Введение в эконофизику. Статистические и динамические модели. М.; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2007. 280 с.
5. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. М.: Техносфера, 2006. 488 с.
6. Буховец А.Г., Буховец Е.А. Моделирование фрактальных структур данных // Системы управления и информационные технологии. 2008. № 3 (33). С. 4–7.
7. Буховец А.Г., Бирючинская Т.Я., Буховец Е.А. Использование фрактальных моделей в задачах классификации // Системы управления и информационные технологии. 2009. 3.1 (37) С. 117–121.
8. Задорожная Т.Н., Буховец А.Г. Применение итерированных систем рандомизированных функций в задачах прогнозирования [Текст] // Проблемы обеспечения безопасности при ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций. 2014. № 1 (3). С. 346–349.
9. Буховец А.Г., Бирючинская Т.Я., Лаврова Е.О. Выбор типичных объектов в классификационных задачах // Социологические методы в современной исследовательской практике. НИУ ВШЭ. 2011. С. 13–19.
10. Кашьяп Р.Л., Рао А.Р. Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным. М.: Наука, 1983. 108 с.
11. Давнис В.В., Тинякова В.И. Эконометрические методы прогнозирования. Воронеж: ЦНТИ, 2009. 235 с.
12. Hurst H.E. Long-term storage capacity of reservoirs // Trans. Amer. Soc. Civ. Engrs. 1951. Vol. 116. P. 70–808.
13. Буховец А.Г., Бирючинская Т.Я., Грачиков Д.В. Оценка параметров рандомизированных систем итерированных функций в классификационных задачах // Современные проблемы и перспективные направления развития авиационных комплексов и систем военного назначения, форм и способов их боевого применения: сб. науч. статей Всерос. научно-практ. конф. (22-23 ноября 2011). Воронеж: ВАИУ, 2011. Ч. 3. С. 26–31.
14. Буховец А.Г., Задорожная Т.Н., Семин Е.А. Исследование фрактальности временных рядов среднемесячной температуры воздуха // Актуальные вопросы образования, науки и техники: сб. науч. тр. по мат-лам науч.-практ. конф. Тамбов, 2016. Ч. 2. С.18–21.
15. Feller W. The asymptotic distribution of the range of sums of independent variables // Ann. Math. Statist. 1951. Vol. 22. P. 427–432.
16. Андреев С.Д., Ивлев Л.С. Временная и пространственная изменчивость полей оптических и аэрозольных характеристик в атмосфере. Ч. I. Оптические характеристики атмосферы // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. № 12. С. 1440–1449.
17. Андреев С.Д., Ивлев Л.С. Временная и пространственная изменчивость полей оптических и аэрозольных характеристик в атмосфере. Ч. II. Аэрозольные характеристики // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. № 12. С. 1450–1455.
18. Кричевский М.Л. Интеллектуальные методы в менеджменте. СПб.: ПИТЕР, 2005. 304 с.



19. Буховец А.Г., Задорожная Т.Н., Семин Е.А. Использование рандомизированных систем итерированных функций в прогнозировании [Текст] // Экономическое прогнозирование. Модели и методы: мат-лы X Международной науч.-практ. конф. (5-7 июня 2014). Воронеж: Новая книга, 2014. С. 6–10.

20. Буховец А.Г., Семин Е.А., Бирючинская Т.Я. Современные подходы и методы в прогнозировании урожайности отдельных видов зерновых культур. Воронеж: ВГАУ, 2016. 216 с.

BIBLIOGRAPHY

1. Afanasyev V.N., Yuzbashev M.M. Time series analysis and forecasting. M.: FIS, 2001. 228 p.

2. Loskutov A.Y. The charm of chaos // Achievements of physical sciences. 2010. Vol. 180. No.12. P. 1305–1329.

3. Kuznetsov S.P. Dynamic chaos. M.: Fizmatlit, 2006. 356 p.

4. Romanovsky M.Y., Romanovsky Y.M. Introduction to Econophysics. Statistical and dynamic models. M.; Izhevsk: SIC (Research Center) «Regular and Chaotic Dynamics», 2007. 280 p.

5. Kronover R.M. Fractals and chaos in dynamic systems. M.: TEKHNOFERA, 2006. 488 p.

6. Bukhovets A.G., Bukhovets E.A. Modeling fractal structures of data // Control Systems and Information Technologies. 2008. No. 3 (33). P 4–7.

7. Bukhovets A.G., Biryuchinskaya T.Y., Bukhovets E.A. Using fractal models in problems of classification // Control Systems and Information Technologies. 2009. 3.1 (37). P. 117–121.

8. Zadorozhnaya T.N., Bukhovets A.G. Application iterated systems of randomized functions in problems of forecasting // Security problems at liquidation of consequences of emergency situations. 2014. No. 1 (3). P. 346–349.

9. Bukhovets A.G., Biryuchinskaya T.Y., Lavrova E.O. Selection of typical objects in classification problems // Sociological methods in modern research practice. Higher School of Economics. 2011. P. 13–19.

10. Kashyap R.L., Rao A.R. Construction dynamic stochastic models based on experimental data. M.: Science, 1983. 108 p.

11. Davnis V.V., Tinyakova V.I. Econometric methods of forecasting. Voronezh: CSTI, 2009. 235 p.

12. Hurst H.E. Long-term storage capacity of reservoirs // Trans. Amer. Soc. Civ. Engrs. 1951. Vol. 116. P. 70–808.

13. Bukhovets A.G., Biryuchinskaya T.Y., Grachik D.V. Parameter estimation of randomized systems of iterated function in classification problems // Modern problems and perspective directions of development aviation complexes and military systems, forms and methods of their combat use: The collection of scientific articles Russian scientific-practical conference (On 22-23 Nov. 2011). Voronezh: VAIU, 2011. Pt. III. P 26–31.

14. Bukhovets A.G., Zadorozhnaya T.N., Semин E.A. Research fractality in time series of mean monthly air temperature // Actual issues of education in science and technology: The collection of scientific works on the materials of scientific-practical conferences. Tambov, 2016. Part II. P.18–21.

15. Feller W. The asymptotic distribution of the range of sums of independent variables // Ann. Math. Statist. 1951. Vol. 22. P. 427–432.



16. Andreev S.D., Ivlev L.S. Temporal and spatial variability of fields of optical and aerosol characteristics in the atmosphere. Pt. I. The optical characteristics of the atmosphere // Atmospheric and Oceanic Optics. 1997. Vol. 10. No. 12. P. 1440–1449.

17. Andreev S.D., Ivlev L.S. Temporal and spatial variability of fields of optical and aerosol characteristics in the atmosphere. Part II. Aerosol characteristics // Atmospheric and Oceanic Optics. 1997. Vol. 10. No.12. P. 1450–1455.

18. Krichevsky M.L. Intellectual methods in management. SPb.: PITER, 2005. 304 p.

19. Bukhovets A.G., Zadorozhnaya T.N., Semin E.A. Using randomized systems of iterated function in forecasting // Economic Forecasting: models and methods: Proceedings of the 10th Internat. scien.-pract. conf. (On 5–7 June 2014). Voronezh: Novaya kniga, 2014. P. 6–10.

20. Bukhovets A.G., Semin E.A., Biryuchinskaya T.Y. Modern approaches and methods in forecasting yield of individual types of crops. Voronezh: VSAU, 2016. 216 p.

© Буховец А.Г., Задорожная Т.Н., Семин Е.А., 2017

Буховец Алексей Георгиевич, доктор технических наук, профессор, научный сотрудник научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией Военно-воздушных сил), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, vaiu@mil.ru

Задорожная Тамара Николаевна, кандидат географических наук, доцент, старший научный сотрудник научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией Военно-воздушных сил), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, vaiu@mil.ru

Семин Евгений Александрович, старший преподаватель кафедры экономического анализа, статистики и прикладной математики, Воронежский государственный аграрный университет им. Императора Петра 1, Россия, 394087, г. Воронеж, ул. Мичурина, 1, 113, vaiu@mil.ru