



УДК 551.58:551.509.3
ГРНТИ 37.23.31

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭКОЛОГО- ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ ЗАМКНУТЫХ ТЕРРИТОРИАЛЬНЫХ ОБРАЗОВАНИЙ

В.В. КОЙДА

ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

М.Е. СЕМЕНОВ, доктор физико-математических наук, профессор

ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

О.Р. БАЛАБАН

ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

Г.Л. ФЕДИЙ

ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

В работе приводится модель динамики развития территориальных образований, учитывающая, в том числе и экологическую составляющую. Модель формулируется в терминах задач оптимального управления, анализ модели и поиск оптимальных решений проводится с помощью принципа максимума Л.С. Понтрягина.

Ключевые слова: экономическое развитие; экология; оптимальные траектории; принцип максимума Л.С. Понтрягина; сопряженные переменные.

MATHEMATICAL MODEL OF ECOLOGICAL AND ECONOMIC DEVELOPMENT OF CLOSED TERRITORIAL FORMATION

V.V. KOIDA

MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)

M.E. SEMENOV, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)

O.R. BALABAN

MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)

G.L. FEDII

MESC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh)

The paper presents a model of the dynamics of territorial entities, taking into account, including the environmental dimension. The model is formulated in terms of optimal control problems, the analysis of the model and the search of an optimal decision is carried out using the maximum principle of LS Pontryagin.

Keywords: economic development; ecology; optimal trajectories; maximum principle of LS Pontryagin; conjugate variables.

Введение. Как показывает анализ мировой хозяйственной практики в области регулирования эколого-экономических отношений, одним из подходов, позволяющих достичь согласования экологических и экономических интересов и потребностей общества, является оценка потенциала развития социо-эколого-экономических систем промышленных территорий на основе системы экологического управления [1-3]. Если в отношении отдельных предприятий принципы экологического управления уже нашли свое отражение в практике управления природопользования, то для таких сложных социо-эколого-экономических систем, каким является промышленный город в целом, в



настоящее время отсутствуют эффективные подходы для реализации сценариев экологизированного, сбалансированного хозяйственного развития. Поэтому актуальной является разработка согласованной эколого-экономической политики развития крупных территориальных образований.

Особая острота и актуальность проблемы связана с формированием систем экологического управления развития промышленно освоенных территорий, где прослеживается прямая взаимосвязь между показателями высокого уровня загрязнения окружающей среды и здоровья населения [4]. При этом имеет место дальнейшее наращивание производственного потенциала, вовлечение значительных объемов природных ресурсов в хозяйственный оборот, что может привести к разрушению естественного природного базиса экономики, деградации природного капитала как основы обеспечения устойчивого природопользования.

Цель настоящей работы состоит в разработке информационно-аналитической системы оптимизации эколого-экономического мониторинга с помощью реализации оптимизационных подходов к формализованному представлению критерия устойчивого эколого-экономического развития промышленного города в части природопользования.

Основные положения математической модели. Ниже приводятся основные положения математической модели эколого-экономического развития территориальных образований:

- производственная функция задает соответствие между вовлечением в процесс производства капитала, воспроизводимых и невозпроизводимых природных ресурсов, с одной стороны, и выпуском некоторого «композитного» продукта – с другой. Под «композитным» продуктом понимается произведенная в процессе производства материальная субстанция, способная, благодаря своим свойствам участвовать как в процессе непроизводственного потребления, так и в процессе производства в качестве производственного капитала и, кроме того, – в качестве воспроизводимого природного ресурса [5];

- имеет место взаимозаменяемость между результатом производства и воспроизводимым природным ресурсом (опосредованная в реальной экономике процессом очистки). Принимая концепцию композитного продукта, объединяем функции производства и очистки, что упрощает дальнейший анализ;

- на рассматриваемом временном интервале существует возможность агрегирования различных видов капитала, невозпроизводимых и воспроизводимых природных ресурсов в скалярные величины K_t , R_t , V_t соответственно;

- норма амортизации капитала – k_a принята постоянной;

- принимаются предположения относительно постоянства во времени величины и структуры трудовых ресурсов [6];

- известна величина запасов невозпроизводимых природных ресурсов и состояние воспроизводимых в начальный момент времени. Возможность прямой взаимозамены между ними полностью исключается;

- производственная функция является однородной первого порядка, вогнутой, непрерывной и дифференцируемой на множестве своих аргументов [7];

- коэффициент приведения разновременных экономических показателей r не меняется во времени.

Математическая модель. При сделанных допущениях на уравнение, характеризующее функционирование экономической системы, налагается дополнительное условие о возвращении части «композитного» продукта (в виде воспроизводимого экологического блага E_t) в окружающую среду:

$$\dot{K} = G(K_t, V_t, R_t) - C_t - E_t - k_a \cdot K_t. \quad (1)$$



Уравнение (1) показывает, что выпуск продукции в каждый отдельный момент времени характеризуется четырьмя составляющими: непродуцированным потреблением C , поддержанием производственного капитала на прежнем уровне, чистым приростом капитала \dot{K} и величиной промышленного регенерирования экологических благ E_t .

Уравнение использования невозпроизводимых природных ресурсов

$$\dot{S} = -R \quad (2)$$

носит достаточно простую форму и показывает изменение запасов невозпроизводимых природных ресурсов \dot{S} на величину их вовлечения в процесс производства R .

Экологическая сфера охватывает воспроизводимые, невозпроизводимые природные ресурсы. Поскольку начальный объем невозпроизводимых ресурсов известен и взаимосвязь «экономическая сфера – невозпроизводимые природные ресурсы (2)» определена, зададим динамику изменения воспроизводимых ресурсов. Для этого воспользуемся уравнением Лотка-Вольтерра [8]

$$\dot{W} = h \cdot \left(\frac{\bar{W} - W}{\bar{W}} \right) \cdot W, \quad (3)$$

описывающим процесс естественного восстановления воспроизводимых природных ресурсов \dot{W} в зависимости от естественного состояния окружающей среды \bar{W} , естественной нормы восстановления h и текущего состояния воспроизводимого природного капитала W .

Включаем в это уравнение дополнительные переменные, учитывающие взаимосвязь окружающей среды в части воспроизводимых природных ресурсов с экономической системой:

$$\dot{W} = h \cdot \left(\frac{\bar{W} - W}{\bar{W}} \right) \cdot W - V + E, \quad (4)$$

описывающие зависимость изменения состояния воспроизводимых ресурсов от естественных процессов восстановления и, кроме того, от их вовлечения в процесс производства и регенерации за счет использования части произведенного композитного продукта.

Таким образом, в модели три фазовых переменных (K, S, W). Начальное состояние задается вектором (K_0, S_0, W_0) . Уравнения (1), (2), (4) в совокупности определяют множество траекторий развития описываемой системы. На множество возможных траекторий налагаются следующие условия: (K, S, W) – непрерывные, $(\dot{K}, \dot{S}, \dot{W})$ – кусочно-непрерывные по времени функции.

Для нахождения эффективных стратегий эколого-экономического развития зададим критерий, упорядочивающий их допустимое множество. Воспользуемся утилитаристским критерием – критерием максимизации во времени приведенного общественного благосостояния. Примем, что функция общественного благосостояния $U = U(C, W)$ существует и способна упорядочить между собой различные степени удовлетворения общественных потребностей, в зависимости от объемов потребления экономических благ и состояния окружающей природной среды. Эта функция должна удовлетворять следующим условиям:

- уровень благосостояния в какой-либо момент времени непосредственно не зависит от благосостояния в любой другой момент времени;



- уровни благосостояния, соответствующие различным моментам времени, сопоставляются с помощью постоянной положительной нормы дисконтирования, отражающей общественную норму дисконтирования.

Функция $U(C, W)$ является строго вогнутой и дважды дифференцируемой по своим переменным.

Определим целевую функцию:

$$\int_0^{\infty} e^{-rt} \cdot U(C, W) dt \rightarrow \max . \quad (5)$$

Эта задача относится к классу задач оптимального управления и решается с помощью принципа максимума Л.С. Понтрягина [4].

$$\frac{\partial H}{\partial C} = 0 \Rightarrow \lambda_k = U'_C , \quad (6)$$

$$\frac{\partial H}{\partial R} = 0 \Rightarrow G'_R = \frac{\lambda_S}{\lambda_K} , \quad (7)$$

$$\frac{\partial H}{\partial V} = 0 \Rightarrow G'_V = \frac{\lambda_W}{\lambda_K} , \quad (8)$$

$$\frac{\partial H}{\partial E} = 0 \Rightarrow \lambda_k = \lambda_w . \quad (9)$$

Выражение (6) показывает, что двойственная оценка производимого в экономической системе композитного продукта λ_k (т.е. стоимость дополнительно созданной единицы капитала, которая идет на накопление) равна приросту уровня удовлетворения потребностей при вовлечении в потребление дополнительной единицы «экономического» блага.

Уравнение (7) означает, что стоимость созданных вовлечением в производство дополнительной единицы невозпроизводимого ресурса композитных благ (выраженная в двойственных оценках последних) равна двойственной оценке единицы залежей ресурса.

Условие (8) с учетом выражения (9) показывает, что производственное использование дополнительной единицы воспроизводимого ресурса дает единицу композитного продукта. Другими словами, в условиях эффективно функционирующей экономики результат вовлечения дополнительной единицы воспроизводимого ресурса в производственный процесс не изменяет совокупный объем ни потребления, ни накопления, а служит лишь для ликвидации возникшего антропогенного воздействия на природную среду.

Канонические уравнения для сопряженных переменных будут иметь вид:

$$\frac{\partial(e^{-rt} \lambda_S(t))}{\partial t} = - \frac{\partial H}{\partial S} , \quad \dot{\lambda}_S = r , \quad (10)$$

$$\frac{\partial(e^{-rt} \lambda_K(t))}{\partial t} = - \frac{\partial H}{\partial K} , \quad \dot{\lambda}_K = r - G'_K(K, R, V) + k_a , \quad (11)$$

$$\frac{\partial(e^{-rt} \lambda_W(t))}{\partial t} = - \frac{\partial H}{\partial W} , \quad \dot{\lambda}_W = \lambda_W \cdot (r - h \cdot (\frac{2W - \bar{W}}{\bar{W}})) - U'_W . \quad (12)$$



Отметим, что из соотношения (10) следует, что темп прироста стоимости единицы невозпроизводимого природного ресурса при оптимальном развитии эколого-экономической системы в точности равен коэффициенту дисконтирования [9].

Для того, чтобы дать экономическую интерпретацию уравнения (11), представим его в несколько иной форме:

$$(G'_K(K, R, V) - k_a) + \left(\frac{\dot{\lambda}_K}{\lambda_K} - r\right) = 0. \quad (13)$$

Это соотношение показывает, что чистый доход (экономический эффект) от применения единицы капитала в некотором интервале времени равен нулю; при этом чистый доход складывается из чистой предельной производительности $(G'_K(K, R, V) - k_a)$ и приведенных доходов с капитала $\left(\frac{\dot{\lambda}_K}{\lambda_K} - r\right)$.

Условие изменения сопряженных переменных задачи, представленное в выражении (12), после преобразования:

$$\frac{\dot{\lambda}_W}{\lambda_W} + h \cdot \left(\frac{\bar{W} - 2W}{\bar{W}}\right) + \frac{U'_W}{\lambda_W} = r$$

можно проинтерпретировать с позиций теории капитала. Примем, что воспроизводимые ресурсы являются некоторым экономическим активом, который используется как в настоящее время, так и передается будущим поколениям. Стоимость замыкающей, предельной единицы данного актива выражается значением сопряженной переменной λ_W . Тогда дополнительную единицу воспроизводимого природного ресурса имеет смысл использовать в производстве, пока темп прироста ее стоимости с учетом «эффективных процентов», начисляемых обществом на единицу ресурса [10]:

$$\frac{\lambda_W \cdot h \cdot (\bar{W} - 2W) + U'_W}{\bar{W} \cdot \lambda_W},$$

будет меньше коэффициента дисконтирования.

Из соотношений (7), (10), (11) после несложных преобразований, получим:

$$\frac{\dot{G}'_R}{G'_R} = G'_K(K, R, V) - k_a. \quad (14)$$

Это соотношение показывает, что прирост объема композитного продукта, который следует ожидать, если единица невозпроизводимых ресурсов будет вовлечена в производство не сегодня, а завтра, должен быть равен экономическому эффекту от единичного накопления. Это условие известно как условие локальной динамической эффективности Солоу.

Для того, чтобы определить оптимальные траектории использования невозпроизводимых и воспроизводимых ресурсов, воспользуемся свойствами производственной функции [4].



$$\begin{cases} \frac{\dot{G}}{G} = \delta_K \cdot \frac{\dot{K}}{K} + \delta_R \cdot \frac{\dot{R}}{R} + \delta_V \cdot \frac{\dot{V}}{V}, \\ \frac{\dot{G}'_R}{G'_R} = \frac{1}{G'_R} \cdot (G''_{RK} \cdot \dot{K} + G''_{RR} \cdot \dot{R} + G''_{RV} \cdot \dot{V}), \\ \frac{\dot{G}'_V}{G'_V} = \frac{1}{G'_V} \cdot (G''_{VK} \cdot \dot{K} + G''_{VR} \cdot \dot{R} + G''_{VV} \cdot \dot{V}), \end{cases} \quad (15)$$

где δ_i – эластичность производства по отношению к соответствующему фактору.

Используя условие Солоу и выражение (8) для определения темпов прироста предельной производительности невоспроизводимого и воспроизводимого ресурсов, после несложных преобразований получим систему:

$$\begin{cases} \frac{\dot{G}}{G} = \delta_K \cdot \frac{\dot{K}}{K} + \delta_R \cdot \frac{\dot{R}}{R} + \delta_V \cdot \frac{\dot{V}}{V}, \\ G'_K(K, R, V) - k_a = \frac{1}{G'_R} \cdot (G''_{RK} \cdot \dot{K} + G''_{RR} \cdot \dot{R} + G''_{RV} \cdot \dot{V}), \\ 0 = G''_{VK} \cdot \dot{K} + G''_{VR} \cdot \dot{R} + G''_{VV} \cdot \dot{V}, \end{cases} \quad (16)$$

решение которой с учетом начальных условий определяет оптимальные темпы прироста объемов невоспроизводимых и воспроизводимых ресурсов, которые, в свою очередь, зависят от динамики производства и капитала.

Из выражения (6), с учетом (11), имеем:

$$G'_K(K, R, V) - k_a = r - \frac{U''_{CC}}{U'_C} \cdot \dot{C} - \frac{U''_{CW}}{U'_C} \cdot \dot{W} = r + \eta \cdot \frac{\dot{C}}{C} - \frac{U''_{CW}}{U'_W} \cdot \dot{W}, \quad (17)$$

где $\eta(t) = -\frac{C \cdot U''_{CC}}{U'_C} \geq 0$ – эластичность предельной полезности потребления по компонентному благу. Соотношение (17) является уравнением для параметров C и W в виде, известном в экономической литературе как условие Рамсея, и показывает соответствие между чистой производительностью капитала и издержками ожидания потребления.

Уравнения (15) задают оптимальную траекторию развития эколого-экономической системы. При этом в каждом временном интервале изменения экономической значимости капитала и невоспроизводимых природных ресурсов должны быть равны между собой и соответствовать изменению экономической значимости потребления:

$$G'_K(K, R, V) - k_a = \frac{G'_R(K, R, V)}{G'_R(K, R, V)} = r + \eta \cdot \frac{\dot{C}}{C} - \frac{U''_{CW}}{U'_C} \cdot \dot{W}. \quad (18)$$

Для достижения оптимальной траектории сбалансированного роста ($\dot{C} = 0, \dot{W} = 0$) необходимо существование конечного положительного предела $\lim_{R \rightarrow 0} G'_R(K, V, R)$, означающего, что при истощении запасов невоспроизводимого ресурса, предельная производительность от использования данного фактора в производстве возрастает за счет привлечения других факторов.

Из условия (11)-(12) имеем:



$$\frac{U''_{cc}}{U'_c} \cdot \dot{C} + \frac{U''_{cw}}{U'_c} \cdot \dot{W} = r - \frac{U'_w}{U'_c} - h \cdot \left(\frac{\bar{W} - 2W}{\bar{W}} \right), \quad (19)$$

т.е. изменение экономической значимости непроизводственного потребления эквивалентно «эффективному проценту», начисляемому на единицу воспроизводимого ресурса.

Рассмотрим вопросы общей эколого-экономической эффективности, в рамках предложенной в работе модели. Система уравнений (6)-(9), (10)-(12) является необходимой для определения локальной эффективности, т.е. при сравнении стратегий с локальными изменениями параметров эколого-экономического развития (при перераспределении соответствующих величин в рамках двух соседствующих временных интервалов). Локально-эффективная стратегия может быть динамически неэффективной в общем смысле, если, например, запас невозпроизводимого природного ресурса не будет полностью использован.

Заключение. Взаимосвязь влияния окружающей среды, социо-экономических, климатогеографических и других факторов на развитие территории отражаются прежде всего в ее трудовом потенциале. Воздействие окружающей среды может быть прямым и косвенным.

Прямое воздействие проявляется через непосредственное влияние окружающей среды на характеристики трудового потенциала, например, состояние здоровья населения территории. Косвенное влияние проявляется через взаимосвязь состояния окружающей среды с другими факторами, определяющими характер формирования и использования трудового потенциала. Таким образом, параметр здоровья отражает прямую связь между трудовым потенциалом территории и уровнем загрязнения окружающей среды. Многие ученые сходятся в точке зрения, что для характеристики состояния здоровья человека в связи с загрязнением окружающей среды используют показатели заболеваемости населения.

Изменение здоровья человека вследствие загрязнения окружающей среды оказывает влияние на показатели рождаемости (в форме патологий), увеличивается число и тяжесть отклонений в физическом развитии и снижается прирост населения. Такой процесс приводит к дополнительным затратам отдельного работника и общества в целом на осуществление мероприятий предупреждающих, компенсирующих или нейтрализующих негативное воздействие экологического фактора. Экономические потери проявляются и в потере рабочего времени, сокращении производительности живого труда и других аспектов, что приводит к недополучению потенциально возможных доходов экономических субъектов - домохозяйств, предприятий, государства, т.е. всех субъектов, что в свою очередь означает уменьшение экономической оценки трудового потенциала территории.

Предложенная в работе методика управления эколого-экономическим развитием промышленных территорий позволит:

1) формировать управление по принципу «снизу – вверх», что в свою очередь позволит управлять местным органам капиталом, находящимся на подконтрольной территории, т.е. заинтересует их в более целесообразном управлении развитием промышленными территориями;

2) осуществить взаимодействие природы, общества (общественные организации), экономики (экологический союз предпринимателей), власти (местное самоуправление) и учет их интересов в гармонизированном улучшении среды обитания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеев М.А. Методологические аспекты эколого-экономического обоснования принятия хозяйственных решений // Экономическое регулирование природопользования: сб. науч. трудов. Новосибирск: ИЭ и ОПП СО РАН, 1992. С. 113–126.



2. Балацкой О.Ф. Экономический потенциал административных и производственных систем. Сумы: ПТД «Университетская книга», 2006.
3. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: Прогресс, 1975.
4. Михайлов В.В. Оптимизация использования метеоинформации при решении практических задач // Метеорология и гидрология. 2006. № 2. С. 17–25.
5. Boulding K.E. The structure of a modern economy: the United States, 1929-89 // New York University Press. 1993.
6. Czech B. Prospects for reconciling the conflict between economic growth and biodiversity conservation with technological progress // Conservation Biology. No. 22 (6). 2008. С. 17–25.
7. Daly H.E. Steady-state economics: W.H. Freeman // San Francisco, California. 1977.

BIBLIOGRAPHY

1. Alexeev M.A. Metodologicheskie aspects of the environmental and economic substantiation, of making economic decisions // Economic regulation of the nature use: coll. scientific works. Novosibirsk: IE and OPP SB RAS. 1992. P. 113–126.
2. Balatsky O.F. Ekonomichesky potential administrative and production-systems. Sumi: PDD «University Book», 2006.
3. Intriligator M. Matematicheskie optimization methods and economic theory-dence. M.: Progress, 1975.
4. Mihaylov V.V. Optimizatsiya use of meteorological information in solving practical problems // Meteorology and Hydrology. 2006. No. 2. P. 17–25.
5. Boulding K.E. The structure of a modern economy: the United States, 1929-89 // New York University Press. 1993.
6. Czech B. Prospects for reconciling the conflict between economic growth and biodiversity conservation with technological progress // Conservation Biology. No. 22 (6). 2008. С. 17–25.
7. Daly H.E. Steady-state economics: W. H. Freeman // San Francisco, California. 1977.

© Койда В.В., Семенов М. Е., Балабан О.Р., Федий Г.Л., 2017

Семенов Михаил Евгеньевич, доктор физико-математических наук, профессор, старший научный сотрудник научно-исследовательского отдела научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией Военно-воздушных сил), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, vaiu@mil.ru

Койда Владимир Владимирович, соискатель, кафедра теоретической гидрометеорологии, Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, vaiu@mil.ru

Балабан Олеся Руслановна, младший научный сотрудник научно-исследовательского отдела научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией Военно-воздушных сил), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А vaiu@mil.ru

Федий Галина Леонидовна, младший научный сотрудник научно-исследовательского отдела научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией Военно-воздушных сил), Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), Россия, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А vaiu@mil.ru